

# 不同截面类型简支梁桥动力冲击系数研究

邓露, 何维, 王芳

(湖南大学 土木工程学院, 长沙 410082)

**摘要:** 针对我国《公路桥涵设计通用规范》JTJ 021-89及JTG D60-2004中分别采用跨度、基频计算桥梁动力冲击系数 $IM$ 时均只考虑影响车桥耦合振动中一个因素不够准确问题, 基于通用图集建立5座桥梁有限元模型, 并用数值方法计算设定工况下的 $IM$ 。将计算结果与两种规范设计值进行对比; 分别比较跨径、基频相同的不同截面类型桥梁 $IM$ 差异。结果表明, 中等路面桥梁的 $IM$ 计算结果较04规范设计值小, 与89规范较接近; 差路面情况下两规范设计值均远小于 $IM$ 计算结果; 不同截面桥梁的 $IM$ 相差较大, 说明仅用跨径或基频计算动力冲击系数不完全合理, 由桥梁截面类型引起的动力冲击系数差异不可忽视。

**关键词:** 车桥耦合振动; 动力冲击系数; 规范设计值; 数值模拟; 有限元

中图分类号: U44

文献标志码: A

DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2015.14.013

## Dynamic impact factors for simply supported bridges with different cross-section types

DENG Lu, HE Wei, WANG Fang

(College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

**Abstract:** In the General Code for Design of Highway Bridges and Culverts, namely, JTJ 021-89 and JTG D60-2004, the impact factor ( $IM$ ) is specified as the function of the length of bridge span and the fundamental frequency of bridge, respectively. These codes provisions consider only one parameter that has influence on vehicle-bridge interaction system. However, some studies have suggested that the use of single parameter may be insufficient to account for dynamic impact of moving vehicles. In this study, the finite-element models of five bridges based on standard drawings were built. The  $IM$ s of these bridges were calculated using numerical methods suitable for different cases. The rationality of code provisions was examined. The  $IM$ s for bridges of three different cross sections with the same span length and fundamental frequency were then compared. The results show that: under average road surface condition, the  $IM$ s calculated are lower than those specified in JTG D60-2004 but are relatively consistent with these specified in JTJ 021-89, nevertheless, under poor road surface condition, both design codes significantly underestimate the  $IM$ ; there exists significant variation of  $IM$  for bridges with the same span length and fundamental frequency but different cross sections, indicating that evaluating  $IM$  using either span length or fundamental frequency alone is not accurate generally and engineers should also pay attention to the difference in  $IM$  due to cross-section types.

**Key words:** vehicle-bridge interaction; dynamic impact factor; code provisions; numerical simulation; finite-element analysis

动力冲击系数( $IM$ )是桥梁设计中用以表征车辆动荷载对桥梁冲击效应系数。定义为

$$IM = \frac{\delta_d}{\delta_s} - 1 \quad (1)$$

式中:  $\delta_d$  为最大动响应;  $\delta_s$  为最大静响应。

国内外桥梁规范大多通过桥梁跨径或基频估算动力冲击系数。我国89规范及部分现行国外规范仍将冲击系数表示为桥梁计算跨径的函数<sup>[1]</sup>。而研究发现桥梁基频是影响动力冲击系数的最主要因素。加拿大规范<sup>[2]</sup>将冲击系数定义为桥梁基频的函数; 在李玉良等<sup>[3]</sup>实测数据基础上, 我国04规范也改用放大谱方法计算动力冲击系数, 且对动力冲击系数定义较89规范有较大提高。施尚伟等<sup>[4]</sup>通过66个梁桥冲击系数样本数据发现, 实测动力冲击系数大多在89规范值与04规范设计值中间, 但相对日本、美国、加拿大等规范, 我

基金项目: 国家自然科学基金(51208189); 湖南省杰出青年基金(14JJ1014)

收稿日期: 2014-03-03 修改稿收到日期: 2014-04-16

第一作者 邓露 男, 博士, 教授, 1984年5月生

邮箱: denglu@hnu.edu.cn

国规范对冲击系数考虑仍偏于不安全<sup>[5]</sup>,尤其对车辆超载严重、桥面老化程度差别较大情况。殷新锋等<sup>[6-7]</sup>均测出超规范设计值的动力冲击系数。盛国刚等<sup>[8-10]</sup>用数值方法模拟车桥耦合振动发现,随路面平整度下降,动力冲击系数迅速增大。王海城<sup>[8]</sup>发现路面破损严重时,冲击系数实测值甚至是规范设计值的几倍。而关于桥梁截面类型对动力冲击系数影响研究非常少,且已有成果中关于车辆类型影响研究不深入。动力冲击系数实质上为受多因素影响的综合性系数,两部规范公式均将其按单一参数表达,难以完全准确反映实际情况。

基于此,本文选 3 种常见桥梁截面类型建立 5 个桥梁有限元模型,计算其在不同行驶工况、路面条件下的动力冲击系数。将计算结果与规范设计值进行比较;分析路面平整度、车辆类型、行车速度对动力冲击系数影响;重点考察不同截面类型桥梁动力冲击系数离散性。

### 1 车桥耦合动力响应求解理论

通过接触点处作用力与位移协调关系,车辆、桥梁体系动力学方程<sup>[12]</sup>可表达为

$$\begin{bmatrix} M_b & \\ & M_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{d}_b \\ \dot{d}_v \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_b & C_{bv} \\ C_{vb} & C_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_b \\ d_v \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} Kb & K_{bv} \\ K_{vb} & K_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_b \\ d_v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{br} + F_{vg} \\ F_{vr} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

式中:  $M, C, K$  分别为质量、阻尼、刚度矩阵;  $d$  为系统位移向量; 下标  $v, b$  分别代表车辆、桥梁;  $F_{vg}$  为车辆自身重力;  $F_{br}, F_{vr}$  为桥梁、车辆体系间相互作用力; 下标  $r, g$  分别表示路面平整度及车辆自重。

求解该时变运动方程方法主要有直接积分法及模态综合法<sup>[13]</sup>。对复杂桥梁模型,用模态综合法通常能以较经济代价获得足够精确的数值解。本文采用模态综合法,基于 Ansys 平台建立各桥有限元模型,采用 3D 实体单元以达到较高精确度。利用 Ansys 进行模态分析,提取模态矩阵用于计算动力响应。桥梁阻尼据经验取阻尼比 2%。动力微分方程求解用四阶龙格库塔方法。

### 2 桥梁、车辆、路面平整度模型

#### 2.1 桥梁有限元模型

本文选《公路桥梁结构上部构造系列通用设计图》(2010 年版)中空板、T 梁、小箱梁三种截面,设计 5 座桥梁。其中 3 种截面类型简支梁桥各 1 座,跨度均为 20 m;调整空心板桥及 T 梁桥跨度,使其基频与小箱梁桥基频相等,另得 2 座桥梁。各桥横截面见图 1。5

座桥梁基本信息见表 1,其中 1~3 号桥为第一组,跨径相同,3~5 号桥为第二组,基频相同。

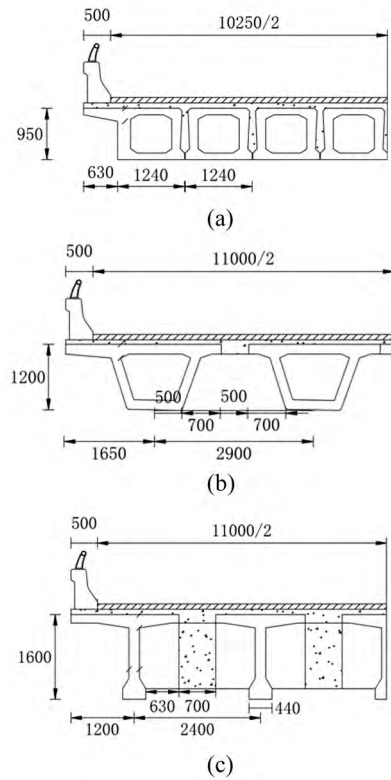


图 1 桥梁跨中 1/2 横断面图(单位: mm)

Fig. 1 1/2 Cross section of the bridges (unit: mm)

表 1 桥梁基本参数

Tab. 1 Detailed properties of the five bridges

编号	简称	截面类型	跨径/m	基频/Hz	IM 设计值	
					89 规范	04 规范
1	HSB-1	空心板	20	4.596	0.188	0.254
2	T-1	T 梁	20	5.865	0.188	0.297
3	Box-4	箱梁	20	5.114	0.188	0.273
4	T-2	T 梁	21.52	5.118	0.176	0.273
5	HSB-2	空心板	18.94	5.113	0.195	0.273

#### 2.2 车辆有限元模型

为研究车型及车重、轴数、基频等参数对动力冲击系数影响,考虑我国相关研究中尚无统一标准车辆模型,本文选 3 种车型<sup>[14-16]</sup>,旨在提供对比与借鉴。车

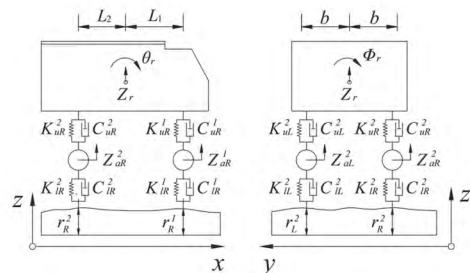


图 2 二轴车模型

Fig. 2 2 - Axle vehicle model

辆模型几何示意图见图2、图3,参数见表2。车辆沿行车道中心线行驶,示意图见图4。

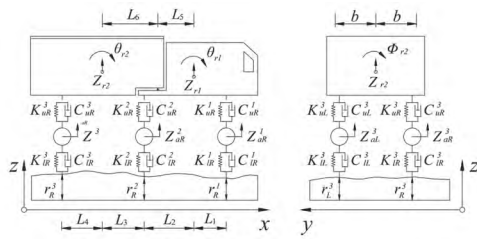


图3 三轴车模型

Fig. 3 3 - Axle vehicle model

表2 计算用3种车辆模型参数

Tab. 2 Major parameters of 3 vehicles under study

参数	1#车	2#车	3#车
轴数	2	2	3
车辆总重 GVW/t	27.71	7.50	32.63
车体1质量 $M_1$ /t	24.81	4.5	2.61
俯仰转动惯量 $I_{xx}^1$ /(kg·m <sup>2</sup> )	172160	5483	2022
侧翻转动惯量 $I_{yy}^1$ /(kg·m <sup>2</sup> )	31496	1352	8544
车体2质量 $M_2$ /t	-	-	26.11
俯仰转动惯量 $I_{xx}^2$ /(kg·m <sup>2</sup> )	-	-	33153
侧翻转动惯量 $I_{yy}^2$ /(kg·m <sup>2</sup> )	-	-	181216
1轴悬挂质量 $m_1$ /t	0.73	0.80	0.49
上部弹簧刚度 $K_u^1$ /(kN·m <sup>-1</sup> )	727.81	400	242.60
上部阻尼系数 $C_u^1$ /(kN·s·m <sup>-1</sup> )	2.19	20	2.19
下部弹簧刚度 $K_l^1$ /(kN·m <sup>-1</sup> )	1972.90	350	875.08
下部阻尼系数 $C_l^1$ /(kN·s·m <sup>-1</sup> )	0	1	2.00
2轴悬挂质量 $m_2$ /t	0.73	0.70	0.81
上部弹簧刚度 $K_u^2$ /(kN·m <sup>-1</sup> )	727.81	400	1903.17
上部阻尼系数 $C_u^2$ /(kN·s·m <sup>-1</sup> )	2.19	20	7.88
下部弹簧刚度 $K_l^2$ /(kN·m <sup>-1</sup> )	1972.9	350	3503.31
下部阻尼系数 $C_l^2$ /(kN·s·m <sup>-1</sup> )	0	1	2
3轴悬挂质量 $m_3$ /t	-	-	0.65
上部弹簧刚度 $K_u^3$ /(kN·m <sup>-1</sup> )	-	-	1969.03
上部阻尼系数 $C_u^3$ /(kN·s·m <sup>-1</sup> )	-	-	7.18
下部弹簧刚度 $K_l^3$ /(kN·m <sup>-1</sup> )	-	-	3507.43
下部阻尼系数 $C_l^3$ /(kN·s·m <sup>-1</sup> )	-	-	2
几何间距 $L_1$ /m	4.56	2.90	1.70
$L_2$ /m	1.69	5.00	2.57
$L_3$ /m	-	-	1.98
$L_4$ /m	-	-	2.28
$L_5$ /m	-	-	2.22
$L_6$ /m	-	-	2.34
$b$ /m	1.10	1.05	1.10

2.3 路面平整度

路面不平整是车辆-桥梁系统耦合振动的主要激励源。数值模拟中,路面平整度可由相关功率谱密度函数通过逆傅氏变换生成<sup>[17]</sup>。国际标准化组织(ISO, 1995)将路面平整度由非常差到非常好分5个等级<sup>[18]</sup>。

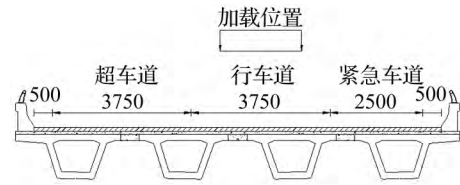


图4 车辆行驶位置(单位: mm)

Fig. 4 Vehicle loading position (unit: mm)

本文采用其中差、中、好3种。对每个工况先计算随机生成的20个路面平整度样本下动力冲击系数,再求平均值。路面平整度样本见图5。

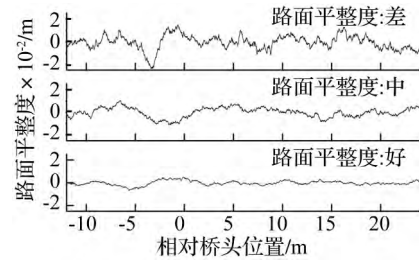


图5 路面平整度曲线

Fig. 5 Road roughness

3 动力方程求解及冲击系数计算

本文所用车桥耦合振动计算程序可计算不同参数(车重、轴距、速度、路面平整度等)下车桥耦合系统振动响应。将数值模型分析结果与实桥试验数据进行对比<sup>[19]</sup>发现结果非常吻合,表明本文数值模型分析结果准确、可靠。表3为本文计算的45种组合工况下5座桥梁动力响应及跨中挠度动力冲击系数。

表3 IM 计算工况

Tab. 3 Calculation cases for IM

3种路面平整度	好、中、差
3种车型	1#车、2#车、3#车
5种速度	10 m/s、15 m/s、20 m/s、25 m/s、30 m/s

图6为典型的桥梁跨中挠度响应曲线。分别提取动、静位移曲线最大值 $\delta_d$ 、 $\delta_s$ ,即可按式(1)计算动力冲击系数。

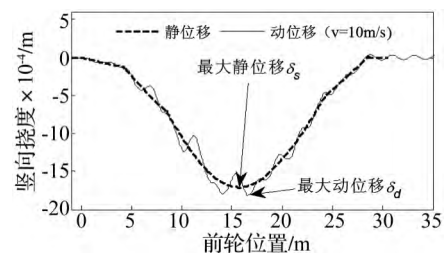


图6 典型跨中挠度响应曲线(HSB-1好路面,3#车)

Fig. 6 Typical dynamic and static response

### 4 结果分析

#### 4.1 规范验算及路面平整度、车型敏感性分析

##### 4.1.1 不同路面平整度下 IM 均值与规范值对比

每座桥梁在不同路面平整度下分别有 15 种行驶工况,对其 IM 求均值,结果见图 7 图中实线、点划线分别为 89、04 规范设计值(下同)。由图 7 看出,好路面下,结果较两规范 IM 设计值小很多,与已有研究基本一致<sup>[20]</sup>。中等路面下 IM 计算结果较 04 规范设计值小,与 89 规范设计值较接近。差路面下,IM 计算结果远大于 89 规范设计值,尤其 T-2 桥,计算结果(0.389 5)较 89 规范设计值(0.176 1)大 121.2%;04 规范 IM 设计值较 89 规范偏安全,但亦远小于计算结果。

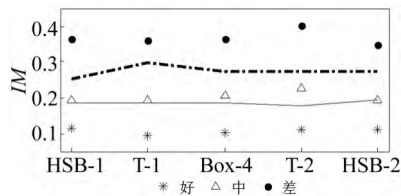


图 7 不同路面平整度下各桥 IM 平均值  
Fig.7 Variation of mean IMs against roughness

##### 4.1.2 不同车辆类型的 IM 均值与规范值对比

每座桥梁在不同车辆行驶时分别有 15 种计算工况,对其 IM 求均值,结果见图 8。由图 8 看出,各车行驶引起的 IM 平均值大多在 89 规范设计值以上、04 规范设计值以下。

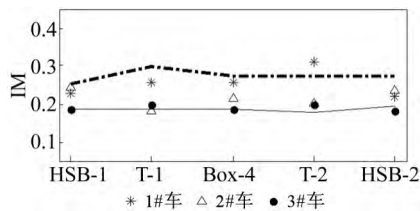


图 8 不同车辆对应的 IM 平均值  
Fig.8 Variation of mean IMs against vehicle

27.71 t 重 1#车引起的 IM 除在空心板桥(HSB-1、HSB-2)时较 2#车的 IM 稍小外,其它情况较 32.63 t 的 3#车及 7.50 t 的 2#车 IM 均大,说明 IM 与车重不一定成反比<sup>[13]</sup>。由表 1 知,各桥梁基频在 4.596 ~ 5.865 Hz 之间,3 个车辆模型基频见表 4。比较车辆-桥梁基频关系与动力冲击系数发现,3 种车基频与桥梁基频差值逐渐变大,而动力冲击系数基本服从递减趋势。由此可推断,动力冲击系数可能与车辆-桥梁基频接近程度呈正相关关系。

表 4 车辆基频

Tab.4 Fundamental frequencies of the three vehicles

车型	1#车	2#车	3#车
基频/Hz	1.926	1.796	1.522

#### 4.2 超规情况统计

为考察 IM 与规范设计值差异的随机性,定义随机事件及随机变量:称 IM 计算结果大于规范设计值时工况为超规工况,超规工况次数称为超规工况数。IM 计算值超过规范设计值的百分比称为超规量。两个随机变量统计信息见表 5。

对 89 规范而言,① 随路面状况下降,超规工况增加。路面为好时仅 HSB-1 有 1 个工况的 IM 超过 89 规范值;路面为中等时各桥均出现近半数超规工况;路面为差时 IM 急剧增大,全部超过 89 规范设计值。② 5 座桥梁的 IM 最大超规量介于 165% ~ 208% 之间。表明 IM 计算值与规范取值偏差较大,不可忽视。极限情况发生在 T-2 桥梁,其 IM 计算结果最大为 0.560,较 89 规范(0.176)大 2.18 倍。

对 04 规范而言,超规工况数及最大超规量较 89 规范明显降低,安全性有较大提高:① 中等路面时超规工况数不及 89 规范一半,路面等级为差时,超规工况数亦降低。各桥总体超规工况数较 89 规范减少 11% ~ 22%。② 最大超规量在 69% ~ 140% 之间,较 89 规范减小 29.4% ~ 58.2%。

表 5 超规工况数与最大超规量统计

Tab.5 Statistic result of numbers of over-code-specified-value events and maximum relative variation between simulated value and code-specified value

桥	1. HSB-1			2. T-1			3. Box-4			4. T-2			5. HSB-2			
	路面平整度	好	中	差	好	中	差	好	中	差	好	中	差	好	中	差
89 规范	超规工况数	1	7	15	-	7	15	-	7	15	-	9	15	-	7	15
	最大超规量/%	208			165			169			218			170		
04 规范	超规工况数	-	3	15	-	-	12	-	2	12	-	4	13	-	1	12
	最大超规量/%	140			69			88			114			120		

#### 4.3 车速对动力冲击系数影响

路面平整度等级为中、差两种情况下 3 种车型的

IM 随速度变化见图 9。由图 9 看出,各桥动力冲击系数随速度变化趋势基本一致。然而,速度对动力冲击系

数影响非常复杂,很难发现明显规律。对1#车、3#车,动力冲击系数最大值大多出现在较低速度(10 m/s);而对2#车,动力冲击系数峰值基本出现在20 m/s。对比美国

AASHTO 规范<sup>[21]</sup>知,路面平整度为中等情况下,3种车型的动力冲击系数均低于美国规范值0.33;而路面平整度较差时,动力冲击系数较美国规范值偏高。

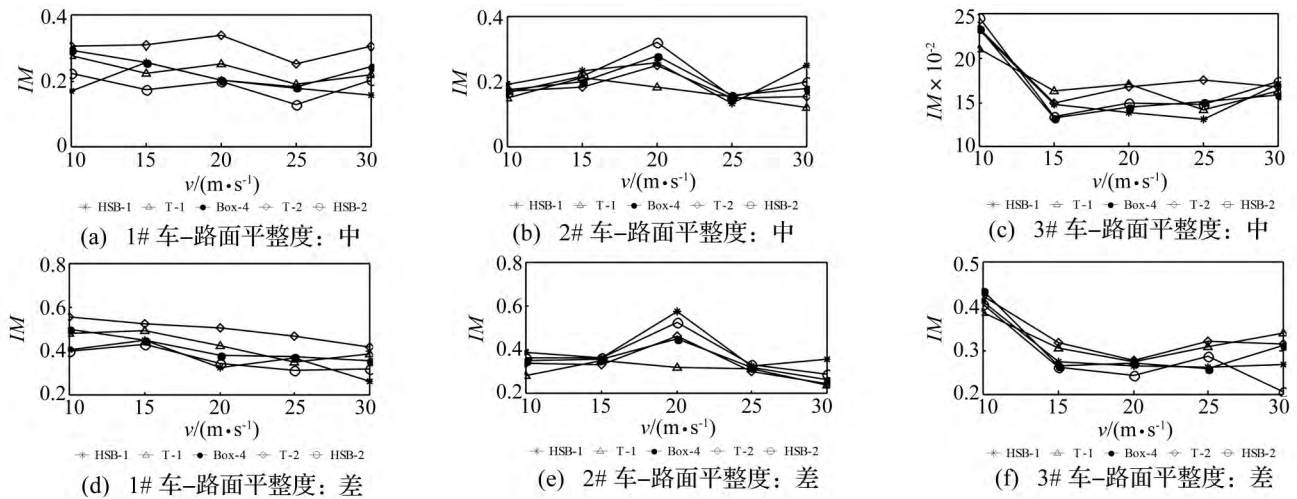


图9 不同路面等级及车型下动力冲击系数

Fig. 9 Variation of IM with change in roughness level and vehicle type

#### 4.4 桥型(截面) 敏感度分析

由图9知,同一工况下不同桥梁的 $IM$ 差别较大。为考察该差别大小,定义 $IM$ 相对差:设 $\Phi$ 为若干座桥梁在某计算工况下的动力冲击系数集合, $IM_{max}$ 、 $IM_{min}$ 分别为 $\Phi$ 中最大、最小值, $\xi$ 为 $IM$ 相对差,即

$$\xi = \frac{IM_{max} - IM_{min}}{IM_{min}} \times 100\% \quad (4)$$

$\xi$ 可反应该组桥梁在某工况下各动力冲击系数的离散程度。记 $\xi_L$ 为第一组同跨径3座桥梁的 $IM$ 相对差, $\xi_f$ 为第二组同基频3座桥梁的 $IM$ 相对差。45种工况下, $\xi_L$ 与 $\xi_f$ 的统计值见表6。其中 $\xi_f$ 最大值、平均值、标准差均较 $\xi_L$ 相应值小,说明同基频桥梁动力冲击系数的离散性较同跨径桥梁离散性小。因此04规范用基频函数定义 $IM$ 较89规范用跨径是一种改进。

$\xi_L$ 均值为31%,即各工况下,同跨度3座桥梁冲击系数之间,最大值平均较最小值大31%,表明动力冲击系数关于跨径具有较大离散性。由于3座桥梁仅截面类型不同,因此可推断,动力冲击系数与截面类型具有一定关系。由 $\xi_f$ 统计信息可得类似结论。 $\xi_L$ 与 $\xi_f$ 的中位数均为25%,表明两组中各桥梁间均有半数工况动力冲击系数的相对差值达到25%以上。极限情况下,第一组同跨径桥梁 $IM$ 相对差达153%,第二组同基频桥梁 $IM$ 相对差达102%,即在相同加载工况下桥梁的 $IM$ 由于截面不同可相差一倍以上。因此 $\xi_L$ 与 $\xi_f$ 均具有较大离散性,单一用桥梁跨径 $L$ 或桥梁基频 $f$ 计算动力冲击系数,不能完全正确反应桥梁响应。

表6  $IM$ 相对差 $\xi$ 的统计参数

Tab. 6 Statistics results of  $\xi$

	平均值	最大值	中位数	标准差
$\xi_L/\%$	31	153	25	29
$\xi_f/\%$	30	102	25	23

## 5 结论

通过建立5座桥梁有限元模型,计算、分析截面类型、路面平整度、车型、车速等因素影响的动力冲击系数,考察规范定义的动力冲击系数安全性及相同跨径、相同基频条件下不同截面类型桥梁动力冲击系数的离散性,结论如下:

(1) 车辆频率与桥梁频率越接近,动力冲击效应越明显。动力冲击系数不一定随车重增大而减小,与车型有一定关系。

(2) 速度对动力冲击系数影响较复杂,难以给出定性结论;3种车型引起的动力冲击系数峰值各自对应不同车速。

(3) 04规范设计值较89规范安全性虽有一定提高,但两规范设计值均远小于路面平整度为差时动力冲击系数计算结果。故维护桥面平整、减少动力冲击响应,对桥梁安全具有重要意义。

(4) 截面类型会影响桥梁动力响应,相同跨径不同截面桥梁动力冲击系数相对差值平均达31%,相同基频不同截面桥梁动力冲击系数相对差值平均达30%。因此,无论单用跨径或单用基频计算动力冲击系数均难以准确反应实际情况。工程中需考虑不同桥

梁截面影响。

### 参 考 文 献

- [1] 许士强,陈水生,桂水荣. 公路桥梁汽车冲击系数对比研究[J]. 工程建设与设计,2006(12):73-75.  
XU Shi-qiang, CHEN Shui-sheng, GUI Shui-rong. The study of the comparison for impact coefficient caused by vehicle for highway bridges [J]. Construction & Design for Project, 2006(12):73-75.
- [2] Division H E. Ontario highway bridge design code ( OHBDC) [M]. Canada: Ontario, Ministry of Transportation and Communication, 1983.
- [3] 李玉良,孙福申,李晓红. 公路桥梁冲击系数随机变量的概率分布及冲击系数谱[J]. 公路,1996(9):1-6.  
LI Yu-liang, SUN Fu-shen, LI Xiao-hong. Probability distributions and spectrum of impact coefficient of highway bridges [J]. Highway, 1996(9):1-6.
- [4] 施尚伟,赵剑,舒绍云. 梁桥冲击系数实测值与规范取值差异分析[J]. 世界桥梁,2010(2):79-82.  
SHI Shang-wei, ZHAO Jian, SHU Shao-yun. Analysis of difference between measured value and code specified value for impact coefficient of girder bridge [J]. World Bridges, 2010(2):79-82.
- [5] 刘舒,王宗林. 关于新旧规范中冲击系数的讨论[J]. 中国科技信息,2005(23):121-128.  
LIU Shu, WANG Zong-lin. Discussion on the impact factor of the old and the new specification [J]. China Science and Technology Information, 2005(23):121-128.
- [6] 殷新锋,刘扬,彭晖,等. 路面破损的桥梁在车辆作用下冲击系数分析[J]. 振动工程学报,2013,26(4):531-538.  
YIN Xin-feng, LIU Yang, PENG Hui, et al. Impact factors of a bridge with poor road roughness under moving vehicular loads [J]. Journal of Vibration Engineering, 2013, 26(4):531-538.
- [7] 任志刚,卢哲安,魏文晖,等. 立交预应力连续箱梁桥的动力测试及分析[J]. 武汉理工大学学报,2005,27(8):42-44.  
REN Zhi-gang, LU Zhe-an, WEI Wen-hui, et al. Dynamic testing and analysis of prestressed continuous box girder bridge [J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2005, 27(8):42-44.
- [8] 王海城,施尚伟. 桥梁冲击系数影响因素分析及偏差成因[J]. 重庆交通大学学报:自然科学版,2007(5):25-28.  
WANG Hai-cheng, SHI Shang-wei. Analysis of bridge impact coefficient influence factor and the deviation formation [J]. Journal of Chongqing Jiaotong University: Natural Science, 2007(5):25-28.
- [9] 盛国刚,李传习,赵冰. 桥梁表面不平顺对车-桥耦合振动系统动力效应的影响[J]. 应用力学学报,2007,24(1):124-127.  
SHENG Guo-gang, LI Chuan-xi, ZHAO Bing. The influence of bridge surface irregularities on the vehicle-bridge coupled system [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2007, 24(1):124-127.
- [10] 黄新艺,卓卫东,盛洪飞,等. 车桥耦合振动系统模型下桥梁冲击效应研究[J]. 公路交通科技,2010,27(3):59-63.  
HUANG Xin-yi, ZHUO Wei-dong, SHENG Hong-fei, et al. Investigation of impact effect on bridge in model of vehicle-bridge coupled vibration system [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2010, 27(3):59-63.
- [11] 杨有伟. 桥面破损对冲击系数的影响[J]. 北方交通,2013(7):68-70.  
YANG You-wei. Effects of bridge deck damage on impact factor [J]. Northern Communications, 2013(7):68-70.
- [12] Deng L. System identification of bridge and vehicle based on their coupled vibration [D]. Louisiana State University, 2009.
- [13] 李小珍,张黎明,张洁. 公路桥梁与车辆耦合振动研究现状与发展趋势[J]. 工程力学,2008(3):230-240.  
LI Xiao-zhen, ZHANG Li-ming, ZHANG Jie. State-of-the-art review and trend of studies on coupling vibration for vehicle and highway bridge system [J]. Engineering Mechanics, 2008(3):230-240.
- [14] Deng L, Cai C S. Identification of parameters of vehicles moving on bridges [J]. Engineering Structures, 2009, 31(10):2474-2485.
- [15] Zhang Y, Cai C S, Shi X M, et al. Vehicle-induced dynamic performance of FRP versus concrete slab bridge [J]. Journal of Bridge Engineering, 2006, 11(4):410-419.
- [16] Deng L, Cai C S. Development of dynamic impact factor for performance evaluation of existing multi-girder concrete bridges [J]. Engineering Structures, 2010, 32(1):21-31.
- [17] Huang D, Wang T L. Impact analysis of cable-stayed bridges [J]. Computers & Structures, 1992, 43(5):897-908.
- [18] International organization for standard ( ISO ), mechanical vibration-road surface profiles-reporting of measured data, ISO 8068: 1995 [S].
- [19] Cai C S, Shi X M, Araujo M, et al. Effect of approach span condition on vehicle-induced dynamic response of slab-on-girder road bridges [J]. Engineering Structures, 2007, 29(12):3210-3226.
- [20] 王德山,桂水荣,吴志斌,等. 多跨连续梁桥荷载试验及承载力评价研究[J]. 中外公路,2012,32(3):121-125.  
WANG De-shan, GUI Shui-rong, WU Zhi-bin, et al. Load test and bearing capacity evaluation research on the multi-span continuous girder bridge [J]. Journal of China & Foreign Highway, 2012, 32(3):121-125.
- [21] American association of state highway and transportation officials ( AASHTO) [S]. LRFD Bridge Design Specifications, Washington, D. C. 2012.